1º PARCIAL DE ANÁLISIS MATEMÁTICO II - ESCUELA DE VERANO

APELLIDO Y NOMBRES .... Nª LEGAJO ....

E-MAIL:...

T1		T2		P1	P2	P3	P4	

T1. a) Sea la función definida por $h(x,y)=x.f\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$ con $f\in C^1$ en su dominio. Muestre que se verifica:

$$x.\frac{\partial h}{\partial x}(x,y)-\frac{y^2}{x}.\frac{\partial h}{\partial y}(x,y)=h(x,y).$$

b) Sea $f:R^2\to R$ un campo escalar de clase C^3. Si el polinomio de Taylor de grado 2 asociado a f en un entorno de (2,1) es $T_2(x,y)=4-2x+y+4x^2+y^2$, determine α y $\beta\in R$ para que $h(x,y)=f(x,y)+4\alpha x-\beta y$ admita un extremo local en (2,1) y clasifíquelo.

T2. a. Demuestre que si la función $f:D\subseteq R^n\to R$ es diferenciable en $\overrightarrow{x_0}\in Int(D)$, entonces existen todas las derivadas direccionales en $\overrightarrow{x_0}$. Muestre, además, que la derivada direccional máxima es $\left\|\overrightarrow{\nabla f}(\overrightarrow{x_0})\right\|$.

b. Sea la función definida por $g:R^2\to R$ de clase C^1 en el punto (x_0,y_0) con $\overrightarrow{\nabla f}(x_0,y_0)\neq(0,0)$. Demuestre que $\overrightarrow{\nabla f}(x_0,y_0)$ es ortogonal a la línea de nivel que pasa por el punto (x_0,y_0). Luego verifique este hecho para $2x^2+y^2=5$ en el punto $\left(\sqrt{2},1\right)$.

P1. Sea la función definida por $h(x,y)=\begin{cases}\dfrac{(x-2)^2}{(x-2)^2+5y^2}\cos 3y & si\ (x,y)\neq(2,0)\\ 0 & si\ (x,y)=(2,0)\end{cases}$. Analice la continuidad, existencia de derivadas direccionales y diferenciabilidad de h en el punto (2,0).

P2. Dadas las superficies $S_1:\ y=x^2$ y $S_2: z=4-x^2$ y la curva $\gamma=S_1\cap S_2$, parametrice la curva γ e indique la variación del parámetro. ¿Se trata de una parametrización regular? Justifique. Luego, obtenga, si es posible, la ecuación de la recta tangente a γ en el punto (1,1,3). Grafique la curva γ.

P3. Para la función definida por $f(x,y)=x^2+2y^2$ determine la familia de líneas de nivel de f y luego determine su familia ortogonal. Determine también la curva de cada familia que pasa por el punto (1,1) y grafique ambas curvas observando la ortogonalidad.

P4. a. Sea $h=f\circ\overline{g}$ *con* $\overline{g}(x,y)=(xy,y-x)$ y $f:R^2\to R$ de clase $C^3(R^2)$. Además el polinomio de Taylor de 2do. grado asociado a f en el punto (2,1) es $T(x,y)=2+3y-5x^2$ calcule la derivada direccional de h en el punto (1,2) en la dirección que va hacia el punto (3,4).

b. La función $z=f(x,y)$ está definida implícitamente por la ecuación $z^2+\frac{2}{x}=7+\sqrt{y^2-z^2}$. Determine la ecuación del plano tangente a la gráfica de f en el punto (1,5,3).